

Twee functies met een wortel

6 maximumscore 8

- Uit $\sqrt{x} + \frac{1}{x} = 3\sqrt{x} - \frac{3}{x}$ volgt $\frac{4}{x} = 2\sqrt{x}$ 1
- (Beide kanten kwadrateren geeft) $\frac{16}{x^2} = 4x$ 1
- Hieruit volgt $4x^3 = 16$, dus (voor de x -coördinaat van S geldt) $x^3 = 4$
(of $x = \sqrt[3]{4}$) 1
- $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$ 2
- Uit $f'(x) = 0$ volgt $\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{x^2}$ 1
- Hieruit volgt $2\sqrt{x} = x^2$, dus $4x = x^4$ 1
- Dus (voor de x -coördinaat van de top geldt) $x^3 = 4$ (of $x = \sqrt[3]{4}$)
(en dat geldt ook voor de x -coördinaat van S , dus S is een top van de grafiek van f) 1

of

- Uit $\sqrt{x} + \frac{1}{x} = 3\sqrt{x} - \frac{3}{x}$ volgt $\frac{4}{x} = 2\sqrt{x}$ 1
- Hieruit volgt $2x\sqrt{x} = 4$ 1
- Hieruit volgt $x\sqrt{x} = 2$ dus (voor de x -coördinaat van S geldt) $x = \sqrt[3]{4}$ 1
- $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$ 2
- $f'(\sqrt[3]{4}) = \frac{1}{2\sqrt{\sqrt[3]{4}}} - \frac{1}{(\sqrt[3]{4})^2}$ 1
- Dit is te schrijven als $f'(\sqrt[3]{4}) = \frac{1}{4^{\frac{1}{2}} \cdot (4^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{(4^{\frac{1}{3}})^2}$ 1
- Dus $f'(\sqrt[3]{4}) = \frac{1}{4^{\frac{1}{2}} \cdot 4^{\frac{1}{6}}} - \frac{1}{4^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{4^{\frac{1}{2} + \frac{1}{6}}} - \frac{1}{4^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{4^{\frac{2}{3}}} - \frac{1}{4^{\frac{2}{3}}} = 0$ (dus in punt S geldt $f'(x) = 0$, dus S is een top van de grafiek van f) 1